

2014年工学部第3問

3 実数  $a, b, c, d$  について

$$(a-d)^2 + 4bc = 0$$

が成立している。このとき行列

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = A - \frac{a+d}{2}E$$

について、以下の問いに答えよ。ただし  $A \neq \frac{a+d}{2}E$  とする。

- (1) 行列  $B^2$  を求めよ。
- (2) 自然数  $n$  に対して

$$A^n = pA + qE$$

となる実数  $p, q$  を  $n$  と  $a, b, c, d$  で表せ。

- (3) 行列  $A$  が次をみたすとき、 $A$  を求めよ。

$$A^5 = \begin{pmatrix} 11 & -20 \\ 5 & -9 \end{pmatrix}$$