

2017年 文教育・生活科学 第1問

1 次の条件によって定まる数列  $\{a_n\}$  を考える.

$$a_1 = \frac{1}{3}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3-2a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) すべての自然数  $n$  に対し,  $a_n$  は  $\frac{1}{3} \leq a_n < \frac{1}{2}$  を満たす有理数であることを示せ.
- (2) 一般項  $a_n$  を  $a_n = \frac{p_n}{q_n}$  (ただし,  $p_n, q_n$  は互いに素な自然数) と既約分数で表したとき,  $p_{n+1}$  を  $p_n$  と  $q_n$  で,  $q_{n+1}$  を  $p_n$  と  $q_n$  でそれぞれ表せ.
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を求めよ.