

2018年理(数学科)第2問

2 正の定数  $a$  と負でない整数  $k$  に対して,

$$I_k(t) = \int_0^t x^k e^{-ax} dx$$

とおく. ただし,  $k=0$  のときは  $I_0(t) = \int_0^t e^{-ax} dx$  と定める. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $t \rightarrow \infty$  のとき  $I_0(t)$  が収束することを示し,  $\lim_{t \rightarrow \infty} I_0(t)$  の値を  $a$  を用いて表せ.
- (2)  $I_{k+1}(t)$  を  $I_k(t)$  と  $a, t, k$  を用いて表せ.
- (3)  $t \rightarrow \infty$  のとき  $I_k(t)$  が収束することを示し,  $\lim_{t \rightarrow \infty} I_k(t)$  の値を  $a$  と  $k$  を用いて表せ. ただし,  $\lim_{t \rightarrow \infty} t^{k+1} e^{-at} = 0$  となることは用いてよい.