

2017年理(数学科)第4問

4 四面体  $OABC$  について次の問いに答えよ. ただし  $\angle AOB = \angle BOC = \frac{\pi}{4}$ ,  $\angle COA = \frac{\pi}{3}$  とし, 四面体  $OABC$  の体積を  $V$ ,  $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OC = c$  とおく.

(1) 点  $B$  から 3 点  $O, A, C$  を通る平面に垂線  $BH$  を下ろす. このとき,

$$\vec{OH} = x\vec{OA} + y\vec{OC}$$

を満たす実数  $x, y$  を  $a, b, c$  を用いて表せ.

(2)  $V$  を  $a, b, c$  を用いて表せ.

(3) 2 点  $O, C$  を固定し, 2 点  $A, B$  を  $a + b + c = 6$  を満たす範囲で動かすとき,  $V$  の最大値を  $c$  を用いて表せ. また, そのときの  $a, b$  の値を  $c$  を用いて表せ.

(4) 点  $O$  を固定し, 3 点  $A, B, C$  を  $a + b + c = 6$  を満たす範囲で動かすとき,  $V$  の最大値を求めよ. また, そのときの  $a, b, c$  の値を求めよ.