

2018年理(数学科)第2問

2 正の定数 a と負でない整数 k に対して,

$$I_k(t) = \int_0^t x^k e^{-ax} dx$$

とおく. ただし, $k=0$ のときは $I_0(t) = \int_0^t e^{-ax} dx$ と定める. 以下の問いに答えよ.

- (1) $t \rightarrow \infty$ のとき $I_0(t)$ が収束することを示し, $\lim_{t \rightarrow \infty} I_0(t)$ の値を a を用いて表せ.
- (2) $I_{k+1}(t)$ を $I_k(t)$ と a, t, k を用いて表せ.
- (3) $t \rightarrow \infty$ のとき $I_k(t)$ が収束することを示し, $\lim_{t \rightarrow \infty} I_k(t)$ の値を a と k を用いて表せ. ただし, $\lim_{t \rightarrow \infty} t^{k+1} e^{-at} = 0$ となることは用いてよい.