2012 年 第 3 問

$\boxed{3}$ ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 を座標空間の点 O を始点とする 3 つの相異なる半直線とする．ℓ_1 と ℓ_2 及び ℓ_1 と ℓ_3 が O においてなす角は $\dfrac{\pi}{3}$ であるとし，ℓ_2 と ℓ_3 が O においてなす角を θ $\left(0 < \theta \leqq \dfrac{2\pi}{3}\right)$ とする．x，y を正数とし，ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 上に点 P_1，P_2，P_3 をそれぞれ，$\mathrm{OP}_1 = 1$，$\mathrm{OP}_2 = x$，$\mathrm{OP}_3 = y$ となるようにとる．$\triangle \mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3$ が正三角形となる x，y が存在するような $\cos\theta$ の範囲を求めよ．