2016 年 数学科・物理学科（共通問題） 第 3 問

$\boxed{3}$ $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ とし，O を原点とする座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする．C 上の点 $\mathrm{P}(t,\ f(t))$ における C の接線を ℓ とおく．ℓ が 2 直線 $x = -1$，$x = 1$ と交わる点をそれぞれ Q，R とする．

(1) 接線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) t が $-1 < t < 1$ の範囲を動くとき，三角形 OQR の面積を $S(t)$ とおく．$S(t)$ を t を用いて表せ．

(3) (2) の $S(t)$ の最小値，およびそのときの t の値を求めよ．

(4) $t < 1$ のとき，ℓ と C が $t < s < 1$ を満たす点 $\mathrm{U}(s,\ f(s))$ で交わるような t の範囲を求めよ．またそのとき，線分 PU と C とで囲まれる部分の面積と，線分 UR と C と直線 $x = 1$ とで囲まれる部分の面積が等しくなるような t の値を求めよ．