

2017年理(数学科)第4問

4 四面体 $OABC$ について次の問いに答えよ. ただし $\angle AOB = \angle BOC = \frac{\pi}{4}$, $\angle COA = \frac{\pi}{3}$ とし, 四面体 $OABC$ の体積を V , $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ とおく.

(1) 点 B から 3 点 O, A, C を通る平面に垂線 BH を下ろす. このとき,

$$\vec{OH} = x\vec{OA} + y\vec{OC}$$

を満たす実数 x, y を a, b, c を用いて表せ.

(2) V を a, b, c を用いて表せ.

(3) 2 点 O, C を固定し, 2 点 A, B を $a + b + c = 6$ を満たす範囲で動かすとき, V の最大値を c を用いて表せ. また, そのときの a, b の値を c を用いて表せ.

(4) 点 O を固定し, 3 点 A, B, C を $a + b + c = 6$ を満たす範囲で動かすとき, V の最大値を求めよ. また, そのときの a, b, c の値を求めよ.