



2014年医(医)・歯・薬第3問

3  $n$ 枚のカードに1から $n$ までの自然数がひとつずつ書かれている。異なるカードには異なる数が書かれている。これら $n$ 枚のカードを横一列に並べて、左端から $i$ 番目( $1 \leq i \leq n$ )のカードに書かれた数を $a_i$ とする。

(1)  $n = 5$ のとき、 $a_1 < a_2 < a_3$ かつ $a_3 > a_4 > a_5$ を満たすカードの並べ方の総数を求めよ。

(2)  $n \geq 3$ とする。次の条件(i), (ii)を満たすカードの並べ方の総数を $n$ の式で表せ。ただし、(ii)では、 $k = 2$ のとき $a_1 < a_2 < \dots < a_k$ は $a_1 < a_2$ を表し、 $k = n - 1$ のとき $a_k > a_{k+1} > \dots > a_n$ は $a_{n-1} > a_n$ を表す。

(i)  $1 < k < n$

(ii)  $a_1 < a_2 < \dots < a_k$ かつ $a_k > a_{k+1} > \dots > a_n$

(3)  $n \geq 4$ とする。次の条件(i), (ii), (iii)を満たすカードの並べ方の総数を $n$ の式で表せ。ただし、(iii)のそれぞれの不等式は(2)と同様に、 $p = 2$ のとき $a_1 > a_2$ を表し、 $q = p + 1$ のとき $a_p < a_{p+1}$ を表し、 $q = n - 1$ のとき $a_{n-1} > a_n$ を表す。

(i)  $1 < p < q < n$

(ii)  $a_1 = n$ かつ $a_p = 1$

(iii)  $a_1 > a_2 > \dots > a_p$ かつ $a_p < a_{p+1} < \dots < a_q$ かつ $a_q > a_{q+1} > \dots > a_n$