

2012年海洋科学第4問

$$\boxed{4} \quad f(x) = x^3 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{7}{2}x \text{ として数列 } \{a_n\} \text{ を}$$

$$a_1 = \frac{4}{3}, \quad a_{n+1} = f(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、次の問に答えよ。

- (1)  $f(x)$  は区間  $\frac{4}{5} \leq x \leq \frac{4}{3}$  で減少することを示せ.
- (2)  $\frac{4}{5} \leq a_n \leq \frac{4}{3}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を示せ.
- (3)  $\frac{1}{3} \left(\frac{9}{25}\right)^{n-1} \leq |a_n - 1| \leq \frac{1}{3} \left(\frac{9}{16}\right)^{n-1}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を示せ.