



2011年第3問

3 点  $O$  を中心とし、半径が  $r$  である円に内接する  $\triangle ABC$  について、3辺  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  をそれぞれ  $2:1$  に内分する点を  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  とする.  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおく. 次の問いに答えよ.

(1)  $r$  と内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を用いて  $|\overrightarrow{OA'}|^2$  を表せ.

(2) 3点  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  を通る円の中心が点  $O$  と一致するとき,  $\triangle ABC$  が正三角形であることを示せ.