

2014年教育学部(算数・技術)第2問

1枚目/2枚

数理
石井K

2 $\triangle ABC$ において、 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさをそれぞれ A , B , C とするとき、次の等式が成り立つとする。

$$\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{3}$$

また、 A , B , C のうち最も大きな角は 120° であるとする。このとき、 $\cos A$, $\cos B$, $\cos C$ の値をそれぞれ求めよ。

$$\text{正弦定理より } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\therefore a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$$

$$\therefore a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$$

$$\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{3} \text{ より } a : b = 5 : 3$$

ここで、 $a = 5k$, $b = 3k$, $c = nk$ ($k > 0, n > 0$) とおくと。

最も大きな角となりえるのは、 A, C であるから次の場合を考える

(i) A が最大角となるとき。

余弦定理より。

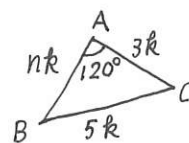
$$(5k)^2 = (nk)^2 + (3k)^2 - 2 \cdot nk \cdot 3k \cdot \cos 120^\circ$$

$$\therefore 25 = n^2 + 9 + 3n$$

$$\therefore n^2 + 3n - 16 = 0$$

$$\therefore n > 0 \text{ より } n = \frac{-3 + \sqrt{73}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{このとき } \cos B &= \frac{n^2 + 5^2 - 3^2}{2 \cdot n \cdot 5} \\ &= \frac{16 - 3n + 16}{10n} \\ &= -\frac{3}{10} + \frac{32}{10} \cdot \frac{2}{-3 + \sqrt{73}} \\ &= \frac{\sqrt{73}}{10} \end{aligned}$$



$$n^2 + 3n - 16 = 0 \text{ より}$$

$n^2 = 16 - 3n$
として
代入する

$$\begin{aligned} \cos C &= \frac{3^2 + 5^2 - n^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} \\ &= \frac{34}{30} - \frac{82 - 6\sqrt{73}}{30} \\ &= \frac{9 + \sqrt{73}}{20} \end{aligned}$$



2014年 教育学部 (算数・技術) 第2問

2枚目 / 2枚

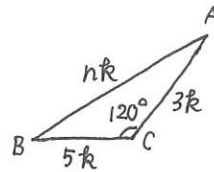
2 $\triangle ABC$ において、 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさをそれぞれ A , B , C とするとき、次の等式が成り立つとする。

$$\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{3}$$

また、 A , B , C のうち最も大きな角は 120° であるとする。このとき、 $\cos A$, $\cos B$, $\cos C$ の値をそれぞれ求めよ。

(ii) C が最大角となるとき。

余弦定理より



$$(nk)^2 = (5k)^2 + (3k)^2 - 2 \cdot 5k \cdot 3k \cdot \cos 120^\circ$$

$$\therefore n^2 = 25 + 9 + 15$$

$$= 49$$

$$\therefore n > 0 \text{ より } n = 7$$

$$\text{このとき } \cos A = \frac{3^2 + 7^2 - 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{33}{42} = \frac{11}{14}$$

$$\cos B = \frac{5^2 + 7^2 - 3^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{65}{70} = \frac{13}{14}$$

(i), (ii)より,

$$\underline{\underline{(\cos A, \cos B, \cos C) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{73}}{10}, \frac{9+\sqrt{73}}{20}\right), \left(\frac{11}{14}, \frac{13}{14}, -\frac{1}{2}\right)}} //$$