



2015年人文社会科学第1問

数理
石井K1 関数 $f(x) = x^3 - 3x$ について、以下の問いに答えよ。(1) 関数 $f(x)$ の増減表をかいて極値を求め、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。(2) 2次関数 $g(x)$ で、次の3項目が $f(x)$ と一致するものを求めよ。① 極小値 ② 極小値をとるときの x の値 ③ $x = 0$ における値(3) (2) で求めた $g(x)$ に対して、定積分 $\int_{-1}^1 |g(x)| dx$ を求めよ。

$$(1) f'(x) = 3x^2 - 3 \\ = 3(x+1)(x-1)$$

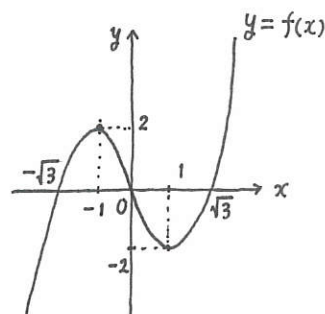
右の増減表より、

極大値 2 ($x = -1$ のとき), 極小値 -2 ($x = 1$ のとき) ”

∴ $y = f(x)$ のグラフは右のようになる。

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	2	↘	-2	↗

極大 極小



(2) ① ⇔ 極小値 -2 をとる。

② ⇔ そのときの x は、 $x = 1$ ①、② より、 $y = g(x)$ のグラフは下に凸で、頂点は $(1, -2)$ ③ ⇔ $(0, 0)$ を通る∴ $g(x) = a(x-1)^2 - 2$ ($a > 0$) と表せ、 $(0, 0)$ を通ることから、

$$0 = a - 2 \quad \therefore a = 2$$

$$\therefore g(x) = 2x^2 - 4x \quad \text{”}$$

(3) $-1 \leq x \leq 0$ において $g(x) \geq 0$, $0 \leq x \leq 1$ において、 $g(x) \leq 0$

$$\begin{aligned} \therefore \int_{-1}^1 |g(x)| dx &= \int_{-1}^0 2x^2 - 4x dx + \int_0^1 -2x^2 + 4x dx \\ &= \left[\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^1 \\ &= \frac{2}{3} + 2 - \frac{2}{3} + 2 \\ &= \underline{4} \quad \text{”} \end{aligned}$$

