

2011年 情報工学部 第2問

2 実数 a と行列 $A = \begin{pmatrix} a-2 & -2a \\ 4a & -2a+2 \end{pmatrix}$ がある. A が表す座標平面上の点の移動に関する以下の二つの条件を考える.

条件 1: 原点 O 以外のある点 P が A によって P 自身に移される.

条件 2: 原点 O 以外のある点 Q が A によって線分 OQ 上の Q 以外の点に移される.

以下の問いに答えよ.

(i) 条件 1 がみたされるとき, a の値を求めよ.

(ii) 条件 1, 条件 2 の両方がみたされるとき, a の値を求めよ.

(iii) a は (ii) で求めた値とする. 自然数 n に対して, 点 R_n を次のように定める.

- R_1 の座標を $(4, 5)$ とする.
- A によって R_{n-1} が移される先を R_n ($n \geq 2$) とする.

R_n の座標を (x_n, y_n) とするとき, $x_n = \frac{12}{2^n} - 2$, $y_n = \frac{16}{2^n} - 3$ であることを数学的帰納法を用いて証明せよ.