

2016年 全学部 第2問

 数
理
石
井

2 長さ3の線分 AB を直径とする半円周上を点 P が動いている。 $\angle PAB = 15^\circ$ のとき、

$$BP = \frac{\boxed{\text{キ}} (\sqrt{\boxed{\text{ク}}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}})}{\boxed{\text{コ}}}$$

$\begin{matrix} 3 \\ \text{キ} \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 6 \\ \text{ク} \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 2 \\ \text{ケ} \end{matrix}$

$\begin{matrix} 4 \\ \text{コ} \end{matrix}$

である。また、 $\angle PAB = \theta$ とおくと、 $\sqrt{3}AP + BP$ の値が最大となるのは、 $\theta = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi$ のときで、最大値は $\boxed{\text{ス}}$ である。

6

 $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$
6

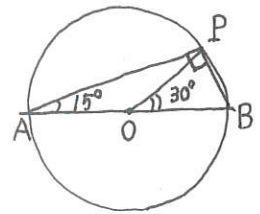
正弦定理より

$$\frac{BP}{\sin 15^\circ} = 2 \cdot \frac{3}{2}$$

$$\therefore BP = 3 \sin 15^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} \sin(45^\circ - 30^\circ) &= \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore BP = \frac{3(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4} //$$



$$AP = 3 \sin(90^\circ - \theta) = 3 \cos \theta, \quad BP = 3 \sin \theta \text{ より}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3}AP + BP &= 3\sqrt{3} \cos \theta + 3 \sin \theta \\ &= 6 \left(\sin \theta \cdot \frac{1}{2} + \cos \theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 6 \sin(\theta + 60^\circ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{ } < \\ 0^\circ \leq \theta < 90^\circ \text{ より } & \theta = \frac{1}{6} \pi \text{ のとき 最大値 } 6 \\ & \underline{\hspace{10em}} // \end{aligned}$$