

2014年 第1問

数理
石井K

1 以下の問いの空欄 ア ~ ス に適する数値, 式などを記せ.

- (1) 直線 $y = \frac{x}{\sqrt{3}} + 1$ と x 軸の正の向きとのなす角は ア であり, この直線と放物線 $y = \frac{x^2}{4}$ の共有点の座標は (イ, ウ) と (エ, オ) である.
- (2) $\triangle ABC$ において, $\frac{\sin A}{9} = \frac{\sin B}{7} = \frac{\sin C}{5}$ が成り立つとき, この三角形の最も大きい角の余弦の値は カ である. この三角形の最も大きい辺の長さを 9 とすると, 三角形の面積は キ である.
- (3) 同じ 2 つの箱と, 同じ 4 つの球がある. 2 つの箱にすべての球を分配するときの組み合わせは ク 通りである. また, 大小の 2 つの箱と, 1 から 4 までの数が書かれた 4 つの球があるとき, すべての球を分配するときの組み合わせは ケ 通りである. ただし, 片方の箱のみに球が入っている場合も含む.
- (4) $x = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$, $y = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ のとき, $x^2 + y^2$ の値は コ, $x^3 - y^3$ の値は サ となる.
- (5) 大小の 2 個のさいころを投げ, 出た目が同じ場合は 10 点, 大のさいころの目のほうが大きい場合は 5 点, それ以外の場合には得点は得られないとするとき, 点数を得られる目が出る確率は シ で, 得点の期待値は ス 点である.

(1) $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ より $\theta = 30^\circ$
 $\frac{x}{\sqrt{3}} + 1 = \frac{x^2}{4}$ より $\sqrt{3}x^2 - 4x - 4\sqrt{3} = 0$

(2) $\frac{\sin A}{9} = \frac{\sin B}{7} = \frac{\sin C}{5} = k$ とおくと正弦定理より
 $a : b : c = 9 : 7 : 5$
 $\therefore \cos A = -\frac{1}{10}$ // $S = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3\sqrt{11}}{10} = \frac{21\sqrt{11}}{4}$ //

(3) $\{0, 4\}, \{1, 3\}, \{2, 2\}$ の 3 通り // $2^4 = 16$ 通り //

(4) $x + y = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})} = 5$, $xy = 1$ より $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 23$ //
 $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2) = -24\sqrt{21}$ //

(5) $\frac{36-6}{36} \times \frac{1}{2} + \frac{6}{36} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$ //

(期待値) = $\frac{6}{36} \times 10 + \frac{15}{36} \times 5 = \frac{135}{36} = \frac{15}{4}$ //