

2010年第5問

5 $-10, a_1, \dots, a_m, 20, b_1, \dots, b_n, 30$ がこの順に等差数列になっているとき、次の設問に答えよ。

- (1) $n=4$ のとき、 b_1 および m の値を求めよ。
 (2) m, n が変動するとき、 m を n の式で表せ。
 (3) この数列の和が490になるときの n の値を求めよ。

(1) $20, b_1, b_2, b_3, b_4, 30$

$$\text{公差を } d \text{ とすると, } 20 + 5d = 30 \quad \therefore d = 2$$

このとき,

$-10, a_1, \dots, a_m, 20$ が等差数列で公差が2なので

$$-10 + (m+1) \cdot 2 = 20 \quad \therefore m = 14$$

$$\text{以上より, } \underline{b_1 = 22, m = 14} //$$

(2) $-10, a_1, \dots, a_m, 20$ が等差数列より、公差を d とすると

$$-10 + (m+1)d = 20 \quad \therefore d = \frac{30}{m+1} \quad \dots \textcircled{1}$$

同様に、 $20, b_1, \dots, b_n, 30$ を考えて

$$20 + (n+1)d = 30 \quad \therefore d = \frac{10}{n+1} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } \frac{30}{m+1} = \frac{10}{n+1} \quad \therefore 3n+3 = m+1 \quad \therefore \underline{m = 3n+2} //$$

(3) 等差数列の和を S とすると、 $S = \frac{1}{2} \times (\text{項数}) \times \{(\text{初項}) + (\text{末項})\}$ より

$$S = \frac{1}{2} \cdot (m+n+3) \cdot (-10+30)$$

$$\therefore 490 = 10(m+n+3)$$

$$\therefore m+n+3 = 49$$

$$\text{(2) より, } 4n+5 = 49 \quad \therefore \underline{n = 11} //$$