

2014年 商学部 第3問


 数理
石井K

3 直線 $y = -x + 5$ を l とするとき、次の間に答えよ。

- (1) 曲線 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 4$ 上の点 P における接線が直線 l であるとき、点 P の座標を求めよ。
 (2) b, c を定数とする、放物線 $y = x^2 + bx + c$ 上の点 Q における接線が直線 l であるとき、定数 c の値が最小となるように点 Q の座標を定めよ。

(1) 接点を $P(t, t^3 - 3t^2 + 2t + 4)$ とおくと 接線は、

$$y' = 3x^2 - 6x + 2 \text{ (1)}. \quad y = (3t^2 - 6t + 2)(x - t) + t^3 - 3t^2 + 2t + 4$$

すなわち、 $y = (3t^2 - 6t + 2)x - 2t^3 + 3t^2 + 4$ と表される。

これが l になるので、 $3t^2 - 6t + 2 = -1$ かつ $-2t^3 + 3t^2 + 4 = 5$

$$\therefore 3(t^2 - 2t + 1) = 0 \quad \therefore 3(t-1)^2 = 0 \quad \therefore t = 1$$

このとき、 $-2t^3 + 3t^2 + 4 = 5$ を満たす $\therefore \underline{P(1, 4)}$ ”

(2) 接点を $Q(s, s^2 + bs + c)$ とおくと、 $y' = 2x + b$ (1)

$$\text{接線は、} \quad y = (2s + b)(x - s) + s^2 + bs + c$$

$$\text{すなわち、} \quad y = (2s + b)x - s^2 + c$$

これが l になるので、 $2s + b = -1$ かつ $-s^2 + c = 5$

$$c = 5 + s^2 \geq 5 \text{ (1)} \quad c: \text{最小となるのは } s = 0 \text{ のとき}$$

$$\text{このとき、} \quad b = -1, \quad c = 5$$

$\therefore \underline{Q(0, 5)}$ ”