



2014年 人文学部 第2問

2 数直線上に点Pがあり、最初は原点に位置している。点Pを次の試行にしたがって数直線上を動かす。

- (i) 赤い玉が2個、白い玉が1個入った袋から玉を1個取り出す。
- (ii) 取り出した玉の色が赤ならば、点Pを正の向きに1だけ動かす。
- (iii) 取り出した玉の色が白ならば、点Pを負の向きに1だけ動かす。
- (iv) 取り出した玉は袋に戻す。

このとき、次の問に答えよ。

- (1) この試行を2回くりかえしたとき、点Pの座標の期待値を求めよ。
- (2) 試行の回数が4回以内で、点Pの座標が2になる確率を求めよ。
- (3) 試行を n 回行っても点Pの座標が1度も-2にも2にもならない確率を求めよ。

(1) とりうる座標は、 $-2, 0, 2$

それぞれが起きる確率は、順に、 $(\frac{1}{3})^2, (\frac{1}{3}) \cdot (\frac{2}{3}) \cdot 2C_1, (\frac{2}{3})^2$

$$\therefore \text{期待値は、} -2 \times \frac{1}{9} + 2 \times \frac{4}{9} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

(2) 座標が2になることがありえるのは2回目と4回目。

(i) 2回目で座標が2になる場合。確率は(1)より、 $\frac{4}{9}$

(ii) 4回目ではじめて座標が2になる場合。

(赤, 白, 赤, 赤), (白, 赤, 赤, 赤) の2通りなので、 $(\frac{2}{3})^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{16}{81}$

(i), (ii) より、 $\frac{4}{9} + \frac{16}{81} = \underline{\underline{\frac{52}{81}}}$

(3) 条件をみたすとき、偶数回目の座標が0になることから

(i) n が偶数のとき。

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n}{2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n}{2}} \cdot 2^{\frac{n}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$\frac{n}{2}$ 組

それぞれ赤と白が1つずつ

(ii) n が奇数のとき

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n-1}{2}} \cdot 1 \cdot 2^{\frac{n-1}{2}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$\frac{n-1}{2}$ 組 残り1コ

それぞれ赤と白が1つずつ

$$\therefore \begin{cases} n: \text{偶数のとき} & \left(\frac{2}{3}\right)^n \\ n: \text{奇数のとき} & \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \end{cases}$$

どちらでもよい