0002192727087999

岡山大学

2016年 理系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ pは素数とする．正の整数nに対し，p^dがnの約数となる整数d $(d \geqq 0)$のなかで最大のものを$f(n)$とする．このとき以下の問いに答えよ．

(1) $p=3$，$n=3^2!$のとき$f(n)$の値を求めよ．

(2) $p=5$，$n=5^2!$のとき$f(n)$の値を求めよ．

(3) mが正の整数で$n=p^m!$のとき$f(n)$を求めよ．

(1) $n = 9!$

$= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$

よって，$n = 3^4 \times$ (整数) と表せる．

3を素因数にもたない

よって，$\underline{f(n) = 4}$ //

(2) $n = 25!$

$= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cdots \cdot 10 \cdot \cdots \cdot 15 \cdot \cdots \cdot 20 \cdot \cdots \cdot 25$

$= 5^6 \times$ (整数) と表せる．

5を素因数にもたない

よって，$\underline{f(n) = 6}$ //

(3) $n = p^m!$

$= 1 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot p \cdots 2p \cdots p^m$

p^m以下の自然数の中で，pの倍数は $\dfrac{p^m}{p} = p^{m-1}$ 個．

p^2の倍数は $\dfrac{p^m}{p^2} = p^{m-2}$ 個．

p^3 〃 p^{m-3} 個

⋮

p^m 〃 1 個

よって，$f(n) = 1 + p + p^2 + \cdots + p^{m-2} + p^{m-1}$

$= \underline{\dfrac{1-p^m}{1-p}}$ //