

2015年 医学部 第2問

2 スイッチを押すと、0から n までの整数が1つ表示される機械がある。表示される数字を X とすると、 $X = k$ となる確率 $P(X = k) = C\alpha^k$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n$)である。ただし、 C は定数、 $0 < \alpha < 1$ である。

- (1) $P(X = k)$ を α と k で表せ ($k = 0, 1, 2, \dots, n$)。
- (2) $P(X < k) > 1 - \alpha^k$ であることを示せ ($k = 1, 2, 3, \dots, n + 1$)。
- (3) 確率 p で1点もらえ、確率 $1 - p$ で得点がもらえない試行を考える ($0 < p < 1$)。この試行を独立に m 回行ったとき、 l 点 ($0 \leq l \leq m$) もらえる確率を $Q_{m,l}(p)$ と表す。このとき、 m, l を一定とし、 p を変数とみなして以下の問に答えよ。
 - (i) $y = \log Q_{m,l}(p)$ はどのような変化をするか。 p を横軸、 y を縦軸とする y のグラフの概形を描け。ただし、 \log は自然対数である。
 - (ii) $Q_{m,l}(p)$ を最大にする p を求めよ。
- (4) $\alpha = \frac{1}{2}$ とする。このとき、 $Q_{2m,m}(P(X < k))$ を最大にする k ($k = 1, 2, 3, \dots, n$)を求めよ。