0001638361638999

神戸大学

2014年 第1問

$\boxed{1}$ aを実数とし，$f(x)=xe^x-x^2-ax$とする．曲線$y=f(x)$上の点$(0,\ f(0))$における接線の傾きを-1とする．このとき，以下の問に答えよ．

(1) aの値を求めよ．

(2) 関数$y=f(x)$の極値を求めよ．

(3) bを実数とするとき，2つの曲線$y=xe^x$と$y=x^2+ax+b$の$-1\leqq x\leqq 1$の範囲での共有点の個数を調べよ．

(1) $f'(x)=e^x+xe^x-2x-a$

$\therefore f'(0)=1-a$

$\therefore 1-a=-1$ $\quad \underline{a=2}$ //

(2) (1)より $f'(x)=e^x(1+x)-2(1+x)$

$=(1+x)(e^x-2)$

$-1=\log\frac{1}{e}$ であり，$\frac{1}{e}<2$なので

$-1<\log 2$

$\therefore f'(x)=0$ となるのは，$x=\underbrace{-1}_{<0},\ \underbrace{\log 2}_{>0}$

$f(-1)=-\frac{1}{e}+1$，$f(\log 2)=2\log 2-(\log 2)^2-2\log 2$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	$\log 2$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$1-\frac{1}{e}$	↘	↑	↗

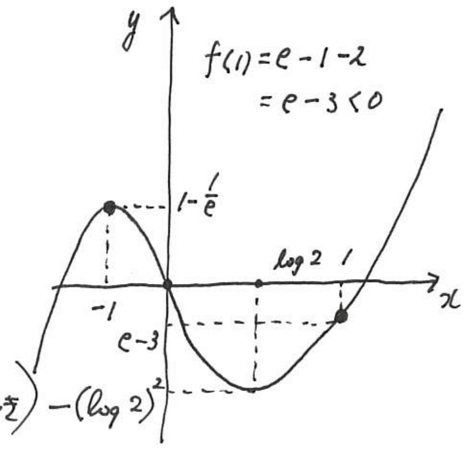
極大　　$-(\log 2)^2$ 極小

よって，$\begin{cases} 極大値\ 1-\frac{1}{e}\ (x=-1) \\ 極小値\ -(\log 2)^2\ (x=\log 2) \end{cases}$ //

(3) $g(x)=xe^x-x^2-ax-b$ とおくと，

これは，$f(x)$と$y=b$の交点の個数なので

共有点の個数は



$\begin{cases} 0個\ (b>1-\frac{1}{e},\ b<-(\log 2)^2 のとき) \\ 1個\ (e-3<b\leqq 1-\frac{1}{e} のとき,\ b=-(\log 2)^2 のとき) \\ 2個\ (-(\log 2)^2<b\leqq e-3 のとき) \end{cases}$ //