

2011年第4問

4 次の各問に答えよ.

- (1)  $x > 0$  のとき, 不等式  $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$  が成り立つことを証明せよ.
- (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0$  を証明せよ.
- (3) 関数  $y = x e^{-x}$  の増減・凹凸を調べ, そのグラフを描け.
- (4)  $n$  を自然数とする.  $I_n = \int_0^n x e^{-x} dx$  を計算し,  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$  を求めよ.