2014年 教育学部 第4問

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

(1) $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ とする．関数

$$y = 2\sin 2\theta - 2\sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta) + 2$$

について，$t = \sin\theta + \cos\theta$ とおいて，y を t の関数で表せ．また，y の最大値，最小値とそのときの θ の値を求めよ．

(2) 3つの不等式

$$\log_y(x^2 - 3x + 2) \leqq 1, \quad 0 < x \leqq 3, \quad 0 < y < 1$$

を同時にみたす領域を xy 平面上に図示せよ．

(1) $t^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$ より．$\sin 2\theta = t^2 - 1$

$\therefore\ y = 2(t^2-1) - 2\sqrt{2}\,t + 2 \qquad \therefore\ \underline{y = 2t^2 - 2\sqrt{2}\,t}$ //

$t = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \qquad \therefore\ -\sqrt{2} \leqq t \leqq \sqrt{2}$

この範囲で $y = 2\left(t - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1$ の $\left\{\begin{array}{l}\text{最大値は } 8\ \left(\theta = \frac{5}{4}\pi\right) \\ \text{最小値は } -1\ \left(\theta = \frac{7}{12}\pi,\ \frac{23}{12}\pi\right)\end{array}\right.$ //

(2) $x^2 - 3x + 2 \geqq y$

かつ

$0 < x \leqq 3$

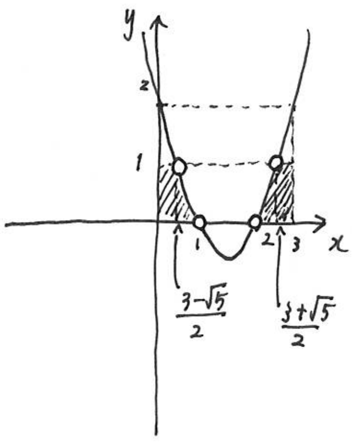
かつ

$0 < y < 1$

$x^2 - 3x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$

$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$



$\therefore$ 右図の斜線部分（境界線は曲線部分と $x=3$ のみ含む）