



2010年第4問

4 放物線  $C: y = \frac{x^2}{2}$  を考える.  $0 < a < \sqrt{2}$  を満たす定数  $a$  に対して, 点  $\left(a^3, \frac{3a^2}{2} + 1\right)$  を  $P$  で表す.

- (1) 点  $P$  と  $C$  上の点  $\left(t, \frac{t^2}{2}\right)$  との距離が最小となる  $t$  を  $a$  を用いて表せ.
- (2) (1) で求めた  $t$  に対して, 点  $\left(t, \frac{t^2}{2}\right)$  を  $Q$  とおく. 点  $Q$  における  $C$  の接線と, 直線  $PQ$  は直交することを示せ.
- (3) 点  $P$  と点  $Q$  との距離が最大となるように  $a$  を定めよ.