奈良教育大学

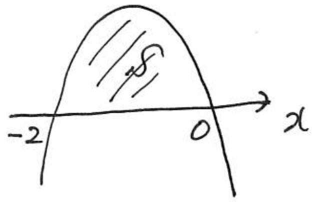
2014年第4問

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

(1) 曲線 $y=-x^2-2x$ と x 軸とで囲まれた部分の面積 S を求めよ．

(2) 曲線 $y=-x^2-2x$ を y 軸方向に平行移動した曲線を $y=f(x)$ とする．その曲線 $y=f(x)$ と x 軸とで囲まれた部分の面積が $8S$ となった．曲線 $y=f(x)$ の方程式を求めよ．

(1) $y=-x(x+2)$



$$\therefore S=\int_{-2}^{0}-x^2-2x\,dx$$

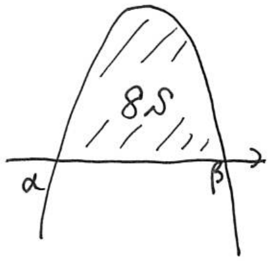
$$=-\int_{-2}^{0}x(x+2)\,dx$$

$$=\frac{1}{6}\cdot 2^3$$

$$=\underline{\frac{4}{3}}$$ //

(2) $f(x)=-x^2-2x+c$ とおく．

$-x^2-2x+c=0$ の解を α, β $(\alpha<\beta)$ とおくと．



$$8S=\int_{\alpha}^{\beta}-x^2-2x+c\,dx$$

$$=-\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)\,dx$$

$$=\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$$

$\therefore$ (1)より． $\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3=\frac{4}{3}\cdot 8$

$$\therefore (\beta-\alpha)^3=64=4^3$$

$\beta>\alpha$ より． $\beta-\alpha=4$

$$\alpha, \beta=\frac{-2\pm\sqrt{4+4c}}{2}$$

$$=-1\pm\sqrt{c+1}$$

$$\therefore \beta-\alpha=2\sqrt{c+1}$$

$$\therefore \sqrt{c+1}=2$$

$$\therefore c+1=4$$

$$\therefore c=3$$

$$\therefore f(x)=\underline{-x^2-2x+3}$$ //