



2012年 第7問

7 原点  $O$  を中心とする半径  $1$  の円において扇形  $OAB$  を考える。ただし、点  $A$  は  $(1, 0)$  であり、点  $B$  は第  $1$  象限にあるとする。扇形  $OAB$  の中心角は、 $x$  ラジアン  $(0 < x < \frac{\pi}{2})$  であるとする。点  $B$  から  $OA$  におろした垂線を  $BC$ 、点  $A$  における円の接線が、点  $O$  と点  $B$  を通る直線と交わる点を  $D$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 三角形  $ODA$ 、三角形  $OAB$ 、扇形  $OAB$  の面積を、 $x$  を用いてそれぞれ表せ。
- (2) 不等式  $\cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$  が成り立つことを示せ。
- (3)  $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sin x}{x} = 1$  を示せ。ただし、 $x \rightarrow +0$  は、 $x$  が正の値をとりながら限りなく  $0$  に近づくことを表す。