

2013年工学域（中期）第5問

5 $g(x) = \sin^3 x$ とおき、 $0 < \theta < \pi$ とする。 x の2次関数 $y = h(x)$ のグラフは原点を頂点とし、 $h(\theta) = g(\theta)$ を満たすとする。このとき、曲線 $y = g(x)$ ($0 \leq x \leq \theta$) と直線 $x = \theta$ および x 軸で囲まれた図形の面積を $G(\theta)$ とおく。また、曲線 $y = h(x)$ と直線 $x = \theta$ および x 軸で囲まれた図形の面積を $H(\theta)$ とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $H(\theta)$ を求めよ。

(2) $G(\theta) = \frac{1}{3}(1 - \cos \theta)^2(2 + \cos \theta)$ を証明せよ。

(3) $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{G(\theta)}{H(\theta)}$ を求めよ。