



2015年理学部第1問

1 c は正の整数とする. 数列 a_1, a_2, a_3, \dots は $a_1 = 1, a_2 = c$ であり, さらに漸化式

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする. 次の問いに答えよ.

- (1) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, a_n は正の整数であり, かつ, a_n と a_{n+1} の最大公約数は 1 であることを示せ.
- (2) $(-1)^n(a_{n+1}^2 - a_{n+2}a_n)$ は n によらず一定の値であることを示せ.
- (3) $c \geq 2$ とし, $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ とおくと

$$\begin{cases} b_{n+1} > b_n & (n \text{ が偶数のとき}) \\ b_{n+1} < b_n & (n \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$$

が成り立つことを示せ.