0002281728177999

岡山県立大学

2016年 第3問

$\boxed{3}$ 不等式 $(|x|+1)^2+(y-1)^2 \leqq 4$ の表す領域を D とする．次の問いに答えよ．

(1) 領域 D を図示せよ．

(2) 領域 D の面積を求めよ．

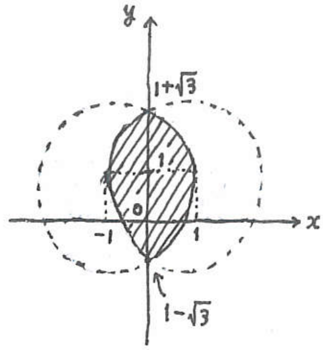
(3) 点 $(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき，$2x+y$ の最大値と最小値を求めよ．

(1) $x \geqq 0$ のとき

$(x+1)^2+(y-1)^2 \leqq 4$

∴ これは中心 $(-1,1)$，半径2の円の内部

ただし，境界線を含む



$x<0$ のとき

$(-x+1)^2+(y-1)^2 \leqq 4$

∴ $(x-1)^2+(y-1)^2 \leqq 4$

∴ これは中心 $(1,1)$，半径2の円の内部

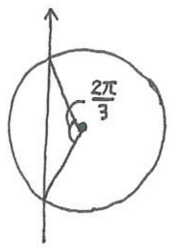
ただし境界線を含む

以上より，D は右図の斜線部分．ただし，境界線を含む

(2) $S=2\left(\pi\cdot 2^2\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\cdot 2^2\cdot\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

$=2\left(\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\right)$

$=\underline{\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}}$ //



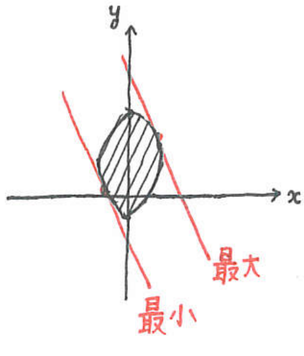
(3) $2x+y=k$ とおくと，

最大となるのは，円 $(x+1)^2+(y-1)^2=4$ と $x>0$ において

直線 $2x+y-k=0$ が接するときなので，

$\frac{|-2+1-k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=2$ ∴ $|k+1|=2\sqrt{5}$

$k>0$ より，$k=2\sqrt{5}-1$



最小となるのは，円 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$ と $x<0$ において

直線 $2x+y-k=0$ が接するときなので

$\frac{|2+1-k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=2$ ∴ $|k-3|=2\sqrt{5}$

$k<0$ より，$k=3-2\sqrt{5}$

以上より，$\underline{最大値\ 2\sqrt{5}-1，最小値\ 3-2\sqrt{5}}$ //