

2013年 環境・経営 第5問

5 以下の問に答えよ。

(1) 次の (i)~(iii) の文章が命題であれば真偽を答えよ。また真の場合は理由を示し、偽の場合は反例を示せ。命題でない場合は「命題でない」と答えよ。

(i) x が整数ならば $x^2 \geq 0$ である。

(ii) n が 2 以上の整数であるとき $2^n - 1$ はすべて素数である。

(iii) 数学は美しい。

(2) 次の (i)~(v) の の中に、必要条件であるが十分条件でない、十分条件であるが必要条件でない、必要十分条件である、必要条件でも十分条件でもない、のいずれが当てはまるか答えよ。

(i) x が偶数であることは、 x が整数であるための 。

(ii) 三角形 ABC のどれかひとつの辺の長さの 2 乗がのこりの 2 辺の長さの 2 乗の和に等しいことは、三角形 ABC が直角三角形であるための 。

(iii) x, y がともに有理数のとき、 $y > 2x^2$ であることは、 $y > x^2 - 2x - 2$ であるための 。

(iv) 四角形 ABCD の内角が 4 つとも 90° であることは、四角形 ABCD が正方形であるための 。

(v) 四角形 ABCD の辺の長さがすべて等しいことは、四角形 ABCD が長方形であるための 。

(3) 次の命題 (ア), (イ) の逆, 裏, 対偶をそれぞれ書け。また, 元の命題, 逆, 裏, 対偶の真偽をそれぞれ答えよ。

(ア) \sqrt{n} が有理数ならば n は有理数である。

(イ) n を整数とする。 n が奇数ならば n^2 は奇数である。