



2014年理系第3問

3 行列

$$P = \begin{pmatrix} x & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ \frac{\sqrt{2}}{3} & y \end{pmatrix}$$

について、次の問いに答えよ。

- (1)  $P^2 = P$  をみたす実数の組  $(x, y)$  は 2 組ある。これらを求めよ。
- (2) (1) で求めた 2 つの組を  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  とし、それぞれに対応する行列  $P$  を  $P_1, P_2$  とおく。ただし、 $x_1 < x_2$  とする。このとき、 $n = 1, 2, 3, \dots$  に対し

$$(P_1 P_2)^n P_1 = r_n P_1$$

をみたす実数  $r_n$  を求めよ。

- (3) 重複を許して  $P_1, P_2$  を 6 個並べて得られる順列

$$Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5 Q_6$$

のうちで  $Q_1 = P_1$  となるものすべてを考え、それぞれの順列に 6 個の行列の積  $P_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5 Q_6$  を対応させる。このようにして得られる行列のうち、異なるものはいくつあるか。