0002315274867999

岡山理科大学

2016年 理系 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ aは定数とする．3点O(0, 0), A(a, a^2), B($a-1$, $(a-1)^2$)について，次の問いに答えよ．

(1) 直線ABとy軸との交点の座標をaで表せ．

(2) △OABの面積をaの式で表せ．ただし，$a \neq 0, 1$とする．

(3) $0 < a < 1$のとき，△OABの面積の最大値と，そのときのaの値を求めよ．

(1) 直線AB：$y = \dfrac{a^2-(a-1)^2}{a-(a-1)}(x-a)+a^2$

$\therefore\ y = (2a-1)(x-a)+a^2$

$\therefore\ y = (2a-1)x - a^2 + a$

∴ y軸との交点は $\underline{(0,\ a-a^2)}$ //

(2) $\triangle OAB = \dfrac{1}{2}\left|a(a-1)^2 - a^2(a-1)\right|$

$= \dfrac{1}{2}\left|a^3-2a^2+a-a^3+a^2\right|$

$= \dfrac{1}{2}\left|a(1-a)\right|$ ← このままでもよい

$$\therefore\ \triangle OAB = \begin{cases} \frac{1}{2}a(1-a) & (0<a<1 \text{ のとき}) \\ -\frac{1}{2}a(1-a) & (a<0,\ 1<a \text{ のとき}) \end{cases}$$ //

(3) $0 < a < 1$ のとき

$\triangle OAB = \dfrac{1}{2}a(1-a)$

$= -\dfrac{1}{2}a^2 + \dfrac{1}{2}a$

$= -\dfrac{1}{2}(a^2-a)$

$= -\dfrac{1}{2}\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{8}$

∴ $\underline{\text{最大値 } \frac{1}{8}\ \left(a=\frac{1}{2}\text{ のとき}\right)}$ //