

2015年 医学部 第5問

5 x>-1 で定義された関数 f(x) は,等式

$$(x+1)f(x) - \int_0^x f(t) dt = \log(x+1) + x - 1$$

を満たしている.

(1) $\operatorname{Long} f(0) = [r] ranger range$

$$f'(x) = \frac{x + \boxed{\dot{7}}}{(x + \boxed{\bot}) \boxed{\dot{7}}}$$

である.

(2) これをもとに f(x) を求めると $f(x) = \begin{bmatrix} b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b \end{bmatrix}$ である。ただし, $\begin{bmatrix} b \end{bmatrix}$ 、には,次の ①~⑥ の中から最も適切なものをそれぞれ一つ選ぶこと。なお,同じ選択肢を選んでもよいものとする.

①
$$\log x$$
 ② $\log(x+1)$ ③ $x \log(x+1)$ ④ $\frac{1}{x}$ ⑤ $\frac{1}{x+1}$ ⑥ $\frac{x}{x+1}$

(3) a>0とする。関数 $g(x)=\log x$ について,区間 [a,a+1] で平均値の定理を用いると,g(a+1)-g(a)= 2 となる実数の定数 c が区間 5 に存在する。これを用いると自然数 m に対する $f(e^m)$ と m の 大小は $f(e^m)$ 1 m となることがわかる。ただし, 1 1 には,次の選択肢 1 の 1 1 で 1 には,選択肢 1 の 1 1 で 1 には,選択肢 1 の 1 で 1 の 1 で 1 には,選択肢 1 の 1 で 1 には,選択 1 の 1 で 1 には, 1 の 1 で 1 の 1 で 1 には, 1 には, 1 の 1 で 1 には, 1 には、 1 には、

選択肢I

①
$$c$$
 ② $c+1$ ③ $\frac{1}{c}$ ④ $\frac{1}{c+1}$ ⑤ $\log c$

$$6 [a, a+1]$$
 $7 (a, a+1)$

選択肢II

$$\bigcirc$$
 < \bigcirc > \bigcirc =

(4) さらに

$$\int_0^{e^x - 1} f(t) dt = (x - \boxed{+})(e^x - \boxed{2})$$

となるので、自然数nに対して $p(n) = e^{\frac{2}{3n}} - 1$ とおくと

$$\lim_{n \to \infty} n \int_0^{p(n)} f(t) \, dt = \frac{\text{Id}}{\text{Id}}$$

である.