



2016年医学部第1問

1 関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  に対して,  $h(x) = \int_0^x f(x-t)g(t) dt$  で定義される関数  $h(x)$  を  $(f * g)(x)$  と書くことにする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $(f * g)(x) = (g * f)(x)$  が成り立つことを示せ.

(2)  $g(x) = e^{-x}$  とし, 関数  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ ,  $\dots$  を

$$f_1(x) = 1 - e^{-x}, \quad f_n(x) = (f_{n-1} * g)(x) \quad (n = 2, 3, \dots)$$

によって定義する.

(i) 整数  $n$  が 2 以上のとき,  $f_n'(x)$  を  $f_n(x)$ ,  $f_{n-1}(x)$  を用いて表せ.

(ii)  $h_n(x) = e^x f_n'(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とおくと, 3 以上の整数  $n$  に対して,  $h_n'(x)$  を  $h_{n-1}(x)$  を用いて表せ.

(iii)  $h_n(x)$  を求めよ.