

2011 年 初 等 教 育 第 1 問

1 次の問いに答えよ。

- (1)  $N$  は自然数で  $N^{10}$  が 16 桁であるとする。このとき、 $N^8$  は何桁になるか求めよ。  
(2)  $\alpha$  が無理数であり、 $a, b$  が有理数であるとき、

$$a + b\alpha = 0 \quad \text{ならば} \quad a = b = 0$$

であることを証明せよ。

- (3)  $a, b, c, x, y, z$  を実数とする。  
(i)  $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$  が成り立つことを示せ。  
(ii)  $x + y + z = 1$  のとき、 $x^2 + y^2 + z^2$  の最小値を求めよ。