

2012年理系第2問


 数理
石井K

2 関数 $y = \left(\log_3 \frac{x^3}{3}\right) \left(\log_3 \frac{9}{x^3}\right)$ について、次の設問に答えよ。

- (1) $t = \log_3 x$ において、 y を t の式で表せ。
 (2) 区間 $1 \leq x \leq 9$ における y の最大値と最小値を求めよ。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad y &= (\log_3 x^3 - \log_3 3)(\log_3 9 - \log_3 x^3) \\
 &= (3 \log_3 x - 1)(2 - 3 \log_3 x) \\
 &= (3t - 1)(2 - 3t) \\
 &= -9t^2 + 9t - 2
 \end{aligned}$$

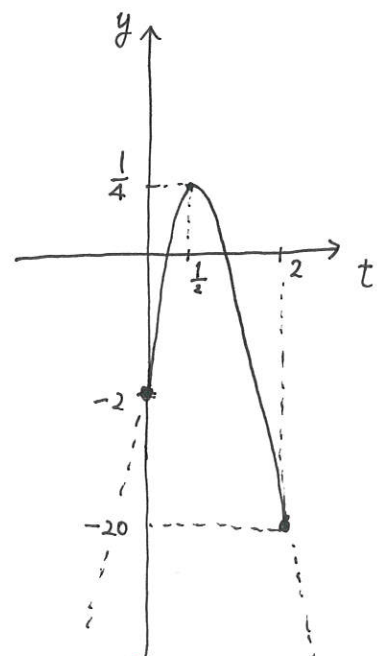
$$(2) \quad 1 \leq x \leq 9 \iff 0 \leq t \leq 2$$

$$\text{また (1) より } y = -9\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

∴ グラフより

$$\left\{ \begin{array}{l} y \text{ の最大値は } \frac{1}{4} \quad (x = \sqrt{3}) \\ \text{最小値は } -20 \quad (x = 9) \end{array} \right.$$

$$\left(\begin{array}{l} t = \frac{1}{2} \iff \frac{1}{2} = \log_3 x \text{ より } x = \sqrt{3} \\ t = 2 \iff 2 = \log_3 x \text{ より } x = 9 \end{array} \right)$$



グラフは適当になってしまった
 -20の位置が...