

2015年理系第1問

1 次の問いに答えよ。

- (1) 不等式  $|3 - 2x| < 1$  を解け。  
 (2) 次の等式が  $x$  についての恒等式となるように、定数  $a, b$  の値を定めよ。

$$\frac{2x - 18}{(x + 3)(x - 5)} = \frac{a}{x + 3} + \frac{b}{x - 5}$$

- (3) 和  $\sum_{k=1}^n 2k(3k - 1)$  を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad -1 < 3 - 2x < 1 &\Leftrightarrow -1 < 3 - 2x \quad \text{かつ} \quad 3 - 2x < 1 \\ &\Leftrightarrow x < 2 \quad \text{かつ} \quad x > 1 \\ &\Leftrightarrow \underline{1 < x < 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (\text{右辺}) &= \frac{a(x-5) + b(x+3)}{(x+3)(x-5)} \\ &= \frac{(a+b)x - 5a + 3b}{(x+3)(x-5)} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{左辺と係数を比較して} \quad \begin{cases} a + b = 2 \\ -5a + 3b = -18 \end{cases}$$

$$\text{これを解くと, } \underline{a = 3, b = -1}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \sum_{k=1}^n 2k(3k-1) &= \sum_{k=1}^n (6k^2 - 2k) \\ &= 6 \sum_{k=1}^n k^2 - 2 \sum_{k=1}^n k \\ &= n(n+1)(2n+1) - n(n+1) \\ &= \underline{2n^2(n+1)} \end{aligned}$$