2016年 理系 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 関数

$$f(x)=\log_4(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$$

について，次の問いに答えよ．

(1) $f(3)$ の値を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ において，変数 x のとりうる値の範囲を求めよ．

(3) 不等式 $f(x)\leqq -2$ を解け．

(1) $f(3)=\log_4 2+\log_{\frac{1}{2}} 4$

$=\dfrac{\log_2 2}{\log_2 4}+\dfrac{\log_2 4}{\log_2 \frac{1}{2}}$ ← 底の変換公式を使った

$=\dfrac{1}{2}-2$

$=\underline{-\dfrac{3}{2}}$ //

(2) 真数は正であることから，

$x-1>0$ かつ $x+1>0$

$\therefore\ \underline{x>1}$ //

(3) 底の変換公式より

$f(x)=\log_4(x-1)+\dfrac{\log_4(x+1)}{\log_4\frac{1}{2}}$

$=\log_4(x-1)-2\log_4(x+1)$

$=\log_4\dfrac{x-1}{(x+1)^2}$

$\therefore\ f(x)\leqq -2 \iff \log_4\dfrac{x-1}{(x+1)^2}\leqq \log_4 4^{-2}$

$\therefore\ \dfrac{x-1}{(x+1)^2}\leqq\dfrac{1}{16}$

$\therefore\ 16(x-1)\leqq(x+1)^2$

$\therefore\ x^2-14x+17\geqq 0$

$x\leqq 7-4\sqrt{2},\ 7+4\sqrt{2}\leqq x$

(2) より，

$\underline{1<x\leqq 7-4\sqrt{2},\ 7+4\sqrt{2}\leqq x}$ //