島根大学

2011年 教育・生物資源科学部 第1問

$\boxed{1}$ 円に内接する四角形ABCDの辺の長さを

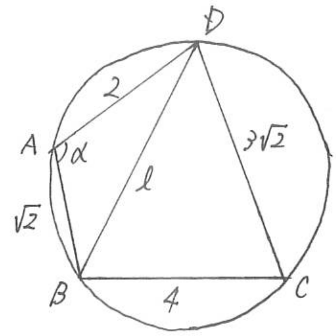
$$\mathrm{AB}=\sqrt{2},\quad \mathrm{BC}=4,\quad \mathrm{CD}=3\sqrt{2},\quad \mathrm{DA}=2$$

とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 対角線BDの長さlと，内角$\angle\mathrm{DAB}$の大きさαを求めよ．

(2) 四角形ABCDの面積Sを求めよ．

(3) 四角形ABCDが内接する円の半径Rを求めよ．



(1) 円に内接することから．$\angle BCD = 180^\circ - \alpha$

余弦定理より 2つの式を得る．

$l^2 = 2^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\cdot 2\sqrt{2}\cdot\cos\alpha$ …①

$l^2 = 4^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2\cdot 4\cdot 3\sqrt{2}\cdot\cos(180^\circ - \alpha)$ …②

$\cos(180^\circ-\alpha) = -\cos\alpha$ であるから．①，② より．

$\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$l^2 = 10$　　$\therefore\ \underline{l=\sqrt{10},\ \alpha = 135^\circ}$ //

(2) $S = \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{2}\cdot\sin 135^\circ + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\sqrt{2}\cdot\cos 45^\circ$

$= 1 + 6$

$= \underline{7}$ //

(3) 正弦定理より

$$\frac{l}{\sin 135^\circ} = 2R$$

$\therefore\ \underline{R = \sqrt{5}}$ //