

2012年工・ライフデザイン 第3問

数理
石井K

3 半径 $5\sqrt{2}$ の円に内接する三角形 ABC がある. $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$ のとき

(1) 辺 AB, BC, CA の長さは

$$AB = \boxed{} \boxed{5} \sqrt{2}, \quad BC = \boxed{1} \boxed{0}, \quad CA = \boxed{} \boxed{5} (1 + \sqrt{3})$$

である.

(2) 三角形 ABC の面積は $\frac{\boxed{2} \boxed{5}}{2} (1 + \sqrt{3})$ である.

(3) 辺 BC の中点を M とするとき, 辺 AM の長さの 2 乗は $\boxed{2} \boxed{5} (2 + \sqrt{3})$ である.

(1) 正弦定理より.

$$\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 30^\circ} = 2 \times 5\sqrt{2}$$

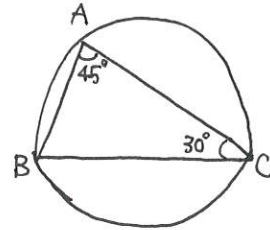
$$\therefore \underline{AB = 5\sqrt{2}, \quad BC = 10} //$$

余弦定理より. $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 45^\circ$

$$\therefore 100 = 50 + AC^2 - 10\sqrt{2} AC \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore AC^2 - 10AC - 50 = 0 \quad \therefore AC = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 4 \cdot 50}}{2} = 5 \pm 5\sqrt{3}$$

$$AC > 0 \text{ より. } \underline{AC = 5(1 + \sqrt{3})} //$$



$$(2) S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CA \cdot \sin 30^\circ = \underline{\frac{25}{2} (1 + \sqrt{3})} //$$

余弦定理より

$$AM^2 = 5^2 + \{5(1 + \sqrt{3})\}^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5(1 + \sqrt{3}) \cdot \cos 30^\circ$$

$$= 25 \{ 1 + 1 + 3 + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3 \}$$

$$= \underline{25(2 + \sqrt{3})} //$$

