沖縄国際大学

2015年 地域環境政策学科・産業情報学科 第5問

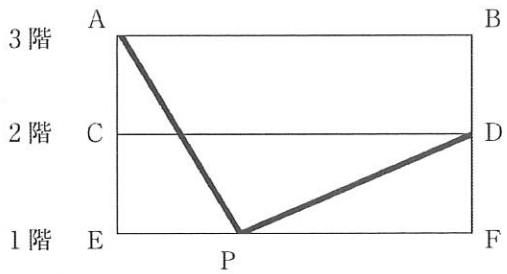
増田

5 以下の各問いに答えなさい．

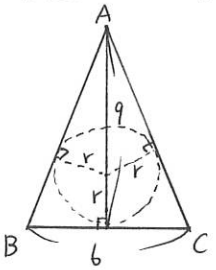
(1) 底面の直径が6，高さが9の直円錐がある．直円錐の内側に球を配置した．直円錐の底面と側面に球が接しているとき，この内接球の半径rを求めよ．

(2) 線分AB上に円O_1と円O_2が接しており，かつ，円O_1と円O_2は外接している．線分ABと円O_1の接点をP，線分ABと円O_2の接点をQとする．このとき，円O_1の半径を7，$PQ=2\sqrt{7}$における円O_2の半径rを求めよ．ただし，円O_2の半径は円O_1より小さいとする．

(3) 三階建ての建物がある．図のように3階をAB，2階をCD，1階をEFとしたとき，3階から1階の通路をAP，1階から2階の通路をPDとする．このとき，点PをEF上で動かしたとき，APとPDの通路の長さの合計が最も短くなるときの値（AP+PD）を求めよ．ただし，$AB=CD=EF=8$，$AC=CE=BD=DF=2$とする．



(1) 円錐の頂点(A)を通り，底面に垂直に切った断面を図にすると，



左のようになる。

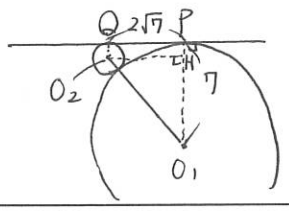
(斜辺ABの長さ)
$=\sqrt{3^2+9^2}$
$=3\sqrt{10}$

$(\triangle ABCの面積)=6\times9\times\frac{1}{2}=(3\sqrt{10}+3\sqrt{10}+6)\times r\times\frac{1}{2}$

$27=r\times(3\sqrt{10}+3)$

$r=\frac{9}{\sqrt{10}+1}=\frac{9(\sqrt{10}-1)}{9}=\sqrt{10}-1$ //

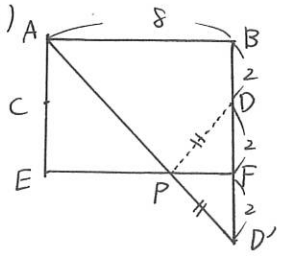
(2)



O_2から線分O_1Pに垂線を下ろし，交点をHとする。

$O_2H=QP=2\sqrt{7}$
$O_1H=7-r$
$O_1O_2=7+r$
三平方の定理より
$(7+r)^2=(2\sqrt{7})^2+(7-r)^2$
$28r=28$
$r=1$ //

(3)



AP+PDが最短のときは，点Dを線分EFに関して折り返した点D'とAを結んだ交点Pを通るので，

そのときのAP+PD $=AP+PD'$
$=\sqrt{8^2+6^2}=10$ //