徳島大学

2013年 医（保健）・工学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ $f(x)=e^{-x}$ とする．$t \geqq 0$ に対して，曲線 $y=f(x)$ 上の2点 $\mathrm{A}(t,\ f(t))$，点 $\mathrm{B}(t-\log 2,\ f(t-\log 2))$ および原点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$ を頂点とする三角形OABの面積を S とする．

(1) $t=0$ のとき，S を求めよ．

(2) $t \geqq 0$ のとき，S を t を用いて表せ．

(3) $t \geqq 0$ のとき，S の最大値を求めよ．

(1) $t=0$ のとき．$A(0,1)$，$B(-\log 2, 2)$

$$\therefore S=\frac{1}{2}\left|-\log 2\right| = \underline{\frac{1}{2}\log 2}$$ //

(2) $t \geqq 0$ のとき．$A(t, e^{-t})$，$B(t-\log 2, e^{\log 2-t})$

$$\therefore S=\frac{1}{2}\left|te^{\log 2-t}-(t-\log 2)e^{-t}\right|$$

$$=\underline{\frac{1}{2}(t+\log 2)e^{-t}}$$ //

(3) $S(t)=\frac{1}{2}(t+\log 2)e^{-t}$ とおくと

$$S'(t)=\frac{1}{2}e^{-t}-\frac{1}{2}(t+\log 2)e^{-t}$$

$$=\frac{1}{2}e^{-t}(1-t-\log 2)$$

t	0	$\cdots$	$1-\log 2$	$\cdots$
$S'(t)$	$+$	$+$	0	$-$
$S(t)$	$\frac{\log 2}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$

極大

$\therefore$ 増減表より．S の最大値は．$\underline{\frac{1}{e}\ (t=1-\log 2 のとき)}$ //