2016年 理系 第5問

5 数列

$x_n = 2^n \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$

を考える．この数列は1，2，4，8，16，32，64，128，256，…であるが，各項の下1桁をみると，1，2，4，8，6，2，4，8，6となっており，2から循環が始まり循環の周期は4である．次の問いに答えよ．

(1) 数列 $\{x_n\}$ の各項の下2桁は，あるところから循環する．循環が始まるところと，循環の周期を求めよ．ここで，1桁の数に対しては0を補って下2桁とみなすことにする．たとえば，2の下2桁は02とする．

(2) 4の倍数で，25で割って1余る2桁の自然数 A を求めよ．

(3) 8の倍数で，125で割って1余る3桁の自然数 B を求めよ．

(4) 数列 $\{x_n\}$ の各項の下3桁は，あるところから循環する．循環が始まるところと，循環の周期を求めよ．ここで，2^m を125で割って1余るような最小の自然数 m が100であることを用いてもよい．