0001651818438999

慶應義塾大学

2014年 理工学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 1個のさいころを繰り返し投げて次のルールで持ち点を変えていく．

ルール

1，2，3の目のどれかが出たとき，持ち点に1点を加える．

4，5の目のどちらかが出たとき，持ち点に2点を加える．

6の目が出たとき，持ち点をすべて失い0点とする．

いま，はじめの持ち点は0点とする．

(1) さいころを2回投げたときの持ち点の期待値は $\boxed{\text{ケ}}$ である． $\frac{77}{36}$

(2) さいころを4回投げたとき持ち点が2点以上となる確率は $\boxed{\text{コ}}$ である． $\frac{3}{4}$

(3) さいころを4回投げたとき持ち点が4点となる確率は $\boxed{\text{サ}}$ である． $\frac{53}{432}$

(4) さいころを n 回投げたとき持ち点が0でない偶数となる確率を P_n とする．$P_1 = \frac{1}{3}$，$P_2 = \boxed{\text{シ}}$ である．また，P_{n+1} と P_n の間には $P_{n+1} = \boxed{\text{ス}}$ という関係式が成り立つ．これより P_n を n を用いて表すと $P_n = \boxed{\text{セ}}$ となる．

$-\frac{1}{6}P_n + \frac{17}{36}$

$\frac{17}{42} - \frac{1}{14}\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}$

(1) $E = 4\cdot\frac{1}{9} + 3\cdot\frac{1}{3} + 2\cdot\frac{11}{36} + 1\cdot\frac{1}{12} = \frac{77}{36}$ //

(2) 0点となるのは $\frac{1}{6}$，1点となるのは $\frac{1}{6}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

∴ 余事象より $1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{3}{4}$ //

(3) ①①①①，⓪①①②，⓪①②①，⓪②①①，○⓪②②

何でもよい．

$\left(\frac{1}{2}\right)^4$　$\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{3}$　$\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$　$\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$　$1\times\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$

∴ すべてたすと $\frac{53}{432}$ //

(4) (1)より $P_2 = Q(2) + Q(4) = \frac{5}{12}$ //

$P_{n+1} = \frac{1}{3}P_n + \underbrace{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}}_{n\text{回目で点が0で}n+1\text{回目に2点}} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\left(1 - P_n - \frac{1}{6}\right)}_{n\text{回目で奇数点}}$　∴ $P_{n+1} = -\frac{1}{6}P_n + \frac{17}{36}$ //

$P_{n+1} - \frac{17}{42} = -\frac{1}{6}\left(P_n - \frac{17}{42}\right)$

∴ 数列 $\left\{P_n - \frac{17}{42}\right\}$ は初項 $-\frac{3}{42} = -\frac{1}{14}$，公比 $-\frac{1}{6}$ の等比数列 ∴ $P_n = \frac{17}{42} - \frac{1}{14}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}$ //

(1). 2回投げたとき k 点になる確率を $Q(k)$ とおくと．

$Q(4) = \frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

$Q(3) = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2 = \frac{1}{3}$

$Q(2) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\times\frac{1}{3} = \frac{11}{36}$

$Q(1) = \frac{1}{6}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$Q(0) = 1\times\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$