



2010年 第7問

7 4次方程式の解について、次の問いに答えよ。ただし、次のことは既知としてよい。

自然数  $k, l, m$  が次の条件

(イ)  $k$  と  $l$  は 1 以外の公約数をもたない

(ロ)  $k$  は  $lm$  の約数である

を満たすならば、 $k$  は  $m$  の約数である。

(1)  $a, b, c, d$  は整数で、 $d \neq 0$  とする。次の方程式

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

が有理数の解  $r$  をもつとき、 $|r|$  は自然数であり、かつ  $|d|$  の約数に限ることを証明せよ。

(2) 次の方程式

$$2x^4 - 2x - 1 = 0$$

の実数解はすべて無理数であることを証明せよ。