大阪大学

2018年 理系 第2問

$\boxed{2}$ a，b を正の実数とし，$f(x)=x^4-ax^3+bx^2-ax+1$ とする．

(1) c を実数とし，$f(x)$ が $x-c$ で割り切れるとする．このとき，$c>0$ であり，$f(x)$ は $(x-c)\left(x-\dfrac{1}{c}\right)$ で割り切れることを示せ．

(2) $f(x)$ がある実数 s，t，u，v を用いて

$$f(x)=(x-s)(x-t)(x-u)(x-v)$$

と因数分解できるとき，$a \geqq 4$ が成り立つことを示せ．

(3) $a=5$ とする．$f(x)$ がある実数 s，t，u，v を用いて

$$f(x)=(x-s)(x-t)(x-u)(x-v)$$

と因数分解できるような自然数 b の値をすべて求めよ．