

2013年工学域(中期)第4問

4 関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, \dots$) を

$$f_1(x) = x,$$

$$f_n(x) = x + \frac{e}{2} \int_0^1 f_{n-1}(t) e^{x-t} dt \quad (n = 2, 3, \dots)$$

によって定める。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $f_2(x)$ を求めよ。(2) $a_n = \int_0^1 f_n(t) e^{-t} dt$ とおく。 $n \geq 2$ のとき、 a_n を a_{n-1} で表せ。(3) $f_n(x)$ を求めよ。