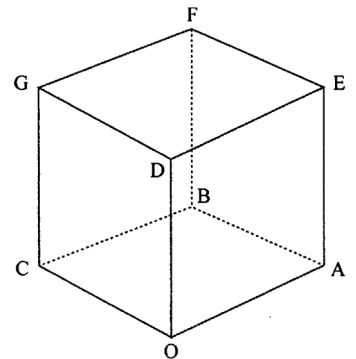


2016年理系第2問

2 右図のような1辺の長さが1の立方体OABC-DEFGに対し、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ 、 $\vec{OD} = \vec{d}$ とおく。 $0 < t < \frac{1}{2}$ となる $t$ に対して、辺AEを $t:1-t$ に内分する点をP、辺CGを $2t:1-2t$ に内分する点をQとする。O、P、Qの定める平面を $\alpha$ とし、平面 $\alpha$ と直線BFとの交点をRとすると、四角形OPRQは平行四辺形である。平行四辺形OPRQの面積を $S$ 、四角錐DOPRQの体積を $V$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。



- (1)  $\vec{OP}$  と  $\vec{OQ}$  のなす角を  $\theta$  とするとき、 $\cos \theta$  を  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $S$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3) 平面  $\alpha$  に点 D から垂線 DH を下ろす。 $\vec{OH}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\vec{d}$  と  $t$  を用いて表せ。
- (4)  $V$  は  $t$  によらず一定であることを示せ。