

2018年理系第3問

3 複素数  $z$  と共役な複素数を  $\bar{z}$  で表し、 $i$  を虚数単位とする。また、複素数平面上で、 $1+i$  を表す点を  $P$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 複素数  $z$  の実部は  $\frac{1}{2}(z + \bar{z})$  に等しいことを示せ。  
(2)  $(1+i)z$  の実部が 1 であるような任意の複素数  $z$  に対して、次の等式を満たす実数  $t$  が存在することを示せ。

$$z = \frac{1-i}{2} + (1+i)t$$

- (3) 0 でない複素数  $w$  が複素数平面における中心  $P$ 、半径  $\sqrt{2}$  の円周上の点であるとする。 $\frac{1+i}{w}$  の実部の値を求めよ。  
(4) 複素数  $z$  に対して  $2(1+i)z$  の実部が 1 であるとき、 $\frac{1}{z}$  は複素数平面における中心  $P$ 、半径  $\sqrt{2}$  の円周上にあることを示せ。